Prof. Dr. Alfred Toth

Interaktionale Submatrizen

1. Es ist fast eine Trivialität, aber es soll dennoch gesagt sein, dass die üblichen Grundrechenarten bei Zeichen nicht anwendbar sind, denn was bei Zeichen zählbar ist, ist nur der Zeichenträger, nicht aber Bezeichnung und Bedeutung. Ferner wird oft vergessen, dass dies, was soeben gesagt wurde, nur für konkrete Zeichen gilt. D.h. man kann zwar ohne weiteres die Anzahl von Zeichen, aus denen das Wort „Apfel" besteht, mit der Anzahl von Zeichen von „Birne" addieren, voneinander substrahieren, multiplizieren, dividieren, aber auch hier ist das Zeichen als Objekt behandelt und somit seiner Bewusstseinsfunktionen beraubt. Abstrakte Zeichen aber werden nicht als einzelne Zeichen, d.h. als „Elemente" gegeben, sondern als Zeichenklassen, d.h. als „Mengen". Diese aber sind von Peirce als Relationen eingeführt, und somit gilt für deren Grundrechenarten nicht die Arithmetik, sondern die Mengentheorie.

2. Beckmann (1976) hatte als die beiden Basis-„Junktoren" für Zeichenklassen (und Realitätsthematiken) die verbandstheoretische Vereinigung ($\sqcup$) und den verbandstheoretischen Durchschnitt ($\sqcap$) angegeben:

$\sqcup$:= max((a.b), (c.d))

$\sqcap$:= min((a.b), (c.d))   mit ac =c und/order

Schon aus der Definition wird allerdings klar, dass die Subzeichen der gleichen Triade oder der gleichen Trichotomie angehören müssen, d.h. Operationen wie z.B. $\sqcup$((1.2), (2.1)) oder $\sqcup$((1.2), (3.2)) sind ausgeschlossen. Ferner gelten aber wegen der Inklusion bzw. „involvation" der Subzeichen (a.3 $\supset$ a.2 $\supset$ a.1) folgende Rechengesetze:

$\sqcup$ ((a.1), (a.1)) = (a.1) $\sqcap$ ((a.1), (a.1)) = $\sqcap$ ((a.1), (a.2)) = $\sqcap$ ((a.1), (a.3)) = (a.1)

$\sqcup$ ((a.1), (a.2)) = (a.2)

$\sqcup$ ((a.1), (a.3)) = $\sqcup$ ((a.2), (a.3)) = (a.3)

Wie man also sieht, sind die Werte immer „unmittelbar“ im Sinne Günthers (1979, S. 130), die Junktionen weisen keine „Zwischenwerte“ auf bzw. es treten keine „Fremdwerte“ auf wie etwa

$\sqcup$ ((1.1), (1.2)) = (1.2)

$\sqcup$ ((2.1), (3.2)) = (1.3),

d.h. wenn wir die Wahl haben zwischen 1 und 2, 2 und 3 oder 1 und 3, dann muss die Junktion einer der jeweils zwei Werte sein; der dritte Wert wäre ein nach Günther ein „Transjunktionswert“ oder der Wert einer „Rejektion“ (der klassischen Alternative gegen durch das jeweilige Zahklenpaar).

3. Nun sind jedoch Transjunktionen von ausserordentlichem Interesse für die Semiotik, wenn mit ihnen kann man gemäss der folgenden Tabelle aus Kaehr (2009) Interaktionen zwischen semiotischen Systemen darstellen:

$$\text{(transjunction, junction, junction)}_{\text{Polylogic}}$$
$$\Longrightarrow$$
$$\text{(interaction, action, action)}_{\text{Polysemiotics}}$$

Um dies zu zeigen, zerlegen wir die triadische Matrix in ihre vier möglichen dyadischen Matrizen. Wir bekommen so vier semiotische „Subsysteme“:

$$\text{sub-system}_1 = \begin{bmatrix} (1.1) \longrightarrow & & (1.2) \\ \big\downarrow & x & \big\downarrow \\ (2.1) \longrightarrow & & (2.2) \end{bmatrix}$$

$$\text{sub-system}_2 = \begin{bmatrix} (2.2) \longrightarrow & & (2.3) \\ \big\downarrow & x & \big\downarrow \\ (3.2) \longrightarrow & & (3.3) \end{bmatrix}$$

$$\text{sub-system}_3 = \begin{bmatrix} (1.1) \longrightarrow & & (1.3) \\ \big\downarrow & x & \big\downarrow \\ (3.1) \longrightarrow & & (3.3) \end{bmatrix}$$

R. Kaehr hat nun ein Beispiel einer Interaktion gegeben. Wird eine Transjunktion auf das Subzeichen (2.1) angewandt, so ergibt sich als Möglichkeit die Substitution 1 ↔ 3 in der Trichotomie. Von diesem Wechsel sind natürlich jeweils die zueinandner konversen Subzeichen der Submatrix betroffen:

Interactions

3 – contextural semiotic matrix [bif, id, id]

$$\mathrm{Sem}^{(3,2,2)}_{(\mathrm{bif},\,\mathrm{id},\,\mathrm{id})} = \begin{pmatrix} [\blacklozenge, \circ, \circ] & 1 & 2 & 3 \\ 1 & \mathbf{1.1}_{1.3} & \mathbf{2.3}_{2.3} & \mathbf{1.3}_{3} \\ 2 & \mathbf{3.2}_{2.3} & \mathbf{2.2}_{1.2} & \mathbf{2.3}_{2} \\ 3 & \mathbf{3.1}_{3} & \mathbf{3.2}_{2} & \mathbf{3.3}_{2.3} \end{pmatrix}$$

Wie man anhand der Matrizen leicht ersieht, ist **die Bildung interaktionaler Submatrizen singulär**:

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 \\ 2.1 & 2.2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2.2 & 2.3 \\ 3.2 & 3.3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1.1 & 1.3 \\ 3.1 & 3.3 \end{pmatrix}$$

Diese Eigenschaft ist nun aber nicht nur auf quadratische Matrizen beschränkt:

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 \\ 2.1 & 2.2 \\ 3.1 & 3.2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1.2 & 1.3 \\ 2.2 & 2.3 \\ 3.2 & 3.3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1.1 & 1.3 \\ 2.1 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 \end{pmatrix}$$

Denn wie man leicht nachprüft, existiert für jede der drei obigen nicht-quadratischen Matrizen jeweils nur eine interaktionale Matrix (genauer: ist nur ein Paar von Einträgen in der jeweiligen Matrix nur von einem Rejektionwert in einem Subzeichen und seinem Konversen substituierbar):

$$\begin{pmatrix} 1.1 & \mathbf{2.3} \\ \mathbf{3.2} & 2.2 \\ 3.1 & 3.2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1.2 & 1.3 \\ 2.2 & \mathbf{1.2} \\ \mathbf{2.1} & 3.3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1.1 & \mathbf{2.3} \\ 2.1 & 2.3 \\ \mathbf{3.2} & 3.2 \end{pmatrix}$$

Bibliographie

Beckmann, Peter, Verbandstheoretische Darstellung der Subzeichen und Zeichenklassen. In: Semiosis 2, 1976

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer opoerationsfähigen Dialektik. Bd. 2. Hamburg 1979

Kaehr, Rudolf, Polycontexturality of signs? Glasgow 2009

28.10.2010